Ministerul Educației și Cercetării – Serviciul Național de Evaluare și Examinare

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F

Varianta ….026

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările
Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale
NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze distanța de la punctul $A(13,2)$ la punctul $B(11,3)$.

(4p) **b)** Să se determine $a,b\in\mathbf{R}$, astfel încât să avem egalitatea de numere complexe $(-4+3i)(-1+2i)=a+bi$.

(4p) **c)** Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime 6.

(4p) **d)** Să se determine conjugatul numărului complex $-2i-3$.

(2p) **e)** Să se determine $a,b\in\mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(13,2)$ și $B(11,3)$ să fie pe dreapta de ecuație $x+ay+b=0$.

(2p) **f)** Dacă în triunghiul ABC, $AB=12$, $AC=5$ și $m\left(\widehat{BAC}\right)=90^\circ$, să se calculeze BC.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix}10 & -2\\ 50 & -3\end{vmatrix}$.

(3p) **b)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $n\in\{1,2,3,4,5\}$ să verifice relația $(n!)^2\le 250$.

(3p) **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale, ecuația $125^x-5=0$.

(3p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale strict pozitive, ecuația $\log_5 x=1$.

(3p) **e)** Să se determine câtul și restul împărțirii polinomului $f=X^6+1$ la polinomul $g=X^3+1$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}^*\to\mathbf{R}$, $f(x)=12+\dfrac{1}{x^{12}}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}^*$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

(3p) **c)** Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f.

(3p) **d)** Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\left(n^{12}+1\right)\cdot f(n)\right)$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră mulțimea $A=\{3^i\cdot 5^j \mid i,j\in \mathbf{N}\}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $1\in A$, $3\in A$, $5\in A$ şi $9\in A$.

(4p) **b)** Să se verifice că $2\notin A$ şi $7\notin A$.

(4p) **c)** Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $1+a+a^2+...+a^n=\dfrac{1-a^{n+1}}{1-a}$, $\forall a\in \mathbf{R}-\{1\}$, $\forall n\in \mathbf{N}$.

(2p) **d)** Să se arate că $1+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3^2}+...+\dfrac{1}{3^k}<\dfrac{3}{2}$, $\forall k\in \mathbf{N}$.

(2p) **e)** Să se arate că $1+\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{5^2}+...+\dfrac{1}{5^s}<\dfrac{5}{4}$, $\forall s\in \mathbf{N}$.

(2p) **f)** Să se calculeze numărul de elemente din mulțimea $A\cap\{1,2,3,...,20\}$.

(2p) **g)** Să se arate că $\forall n\in \mathbf{N}^*$ şi oricare ar fi numerele naturale distincte $a_1,a_2,...,a_n\in A$, avem $\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+...+\dfrac{1}{a_n}<\dfrac{15}{8}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcțiile $f:(-1,\infty)\to \mathbf{R}$, $f(x)=\ln(1+x)-x$ şi $g:(-1,\infty)\to \mathbf{R}$, $g(x)=\ln(1+x)-x+\dfrac{x^2}{2}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $f'(x)=\dfrac{-x}{1+x}$ şi $g'(x)=\dfrac{x^2}{1+x}$, $\forall x>-1$.

(4p) **b)** Să se calculeze $f'(0)$ şi $g'(0)$.

(4p) **c)** Să se arate că $f(x)\le 0\le g(x)$, $\forall x\ge 0$.

(2p) **d)** Să se arate că $1+3+5+...+(2n-1)=n^2$, $\forall n\in \mathbf{N}^*$. .

(2p) **e)** Utilizând metoda inducției matematice să se arate că

$$1^2+3^2+5^2+...+(2n-1)^2=\frac{n(4n^2-1)}{3} \quad , \quad \forall n\in \mathbf{N}^*.$$

(2p) **f)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(1+3+5+...+(2n-1))n}{1^2+3^2+5^2+...+(2n-1)^2}$.

(2p) **g)** Să se arate că $\dfrac{1}{3}\le\displaystyle\int_0^1 \ln(1+x)dx\le\dfrac{1}{2}$.